Olimpíada Mirim OBMEP Realização IMPA

MIRIM 1 - 2024

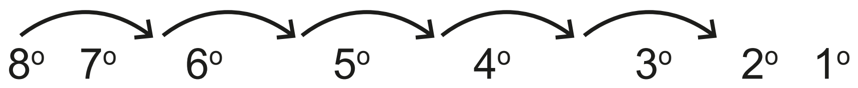
2ª FASE

2º E 3º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Solução da prova

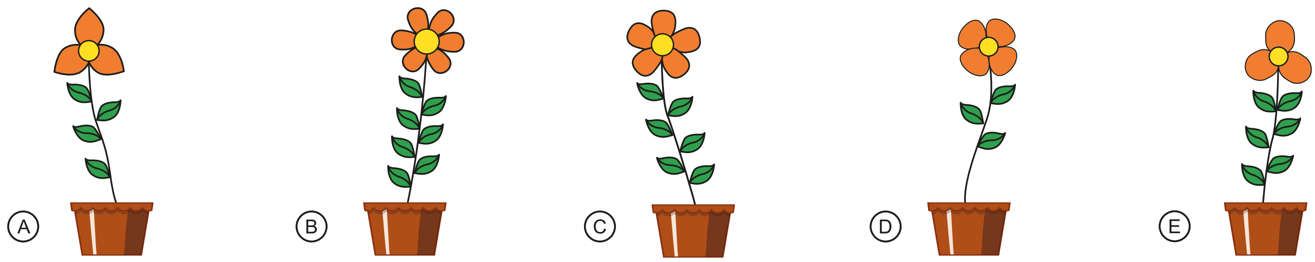
QUESTÃO 1 – ALTERNATIVA C

Solução: Oito atletas participaram da corrida. Como o atleta da pista 1, que estava em último lugar, ultrapassou 5 participantes, ele terminou a corrida em terceiro lugar. Ele passou de oitavo para sétimo, depois de sétimo para sexto, depois de sexto para quinto, a seguir, de quinto para quarto e, finalmente, de quarto para terceiro colocado, quando a corrida terminou.



QUESTÃO 2 – ALTERNATIVA D

Solução: Fazemos inicialmente a contagem do número de pétalas e de folhas.



A	B	C	D	E
3 pétalas **4 folhas**	**6 pétalas** **7 folhas**	**5 pétalas** **6 folhas**	**4 pétalas** **3 folhas**	**3 pétalas** **6 folhas**

Observamos que a planta da alternativa (D) é a única que tem mais pétalas do que folhas.

QUESTÃO 3 – ALTERNATIVA D

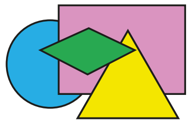
Solução: Observe as alternativas:

Como o time azul venceu, o placar só pode ter sido o da alternativa (D) ou o da alternativa (E). Entretanto, na alternativa (E), o time vermelho não marcou gols; logo, só resta a opção (D) e o time azul venceu por 3 a 1.

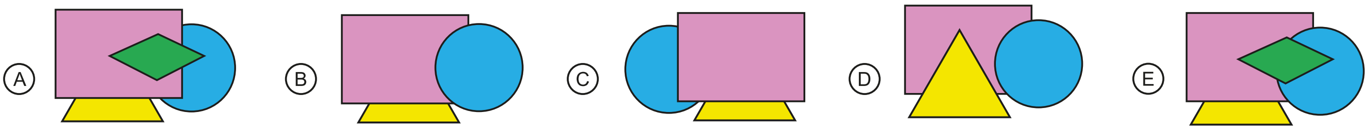
QUESTÃO 4 – ALTERNATIVA B

Solução: Observe os adesivos colados pelo lado de dentro:

LADO DE DENTRO



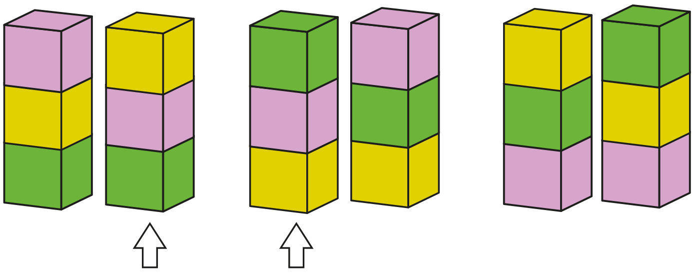
e as alternativas apresentadas:



Pelo lado de fora da janela, o losango verde não fica visível pois fica completamente encoberto pelos demais; logo as alternativas (A) e (E) estão descartadas. Pelo lado de fora o círculo azul fica completamente visível, bem como a parte de baixo do triângulo amarelo. A única alternativa que apresenta essas características é a (B).

QUESTÃO 5 – ALTERNATIVA B

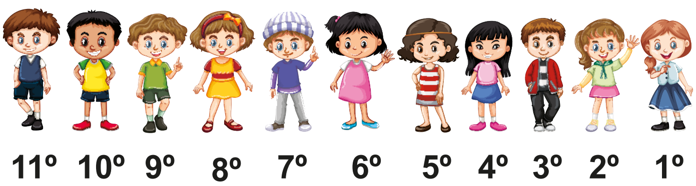
Solução: Existem 6 maneiras diferentes de se empilhar os três cubos coloridos, um em cima do outro.



Em somente 2 dessas maneiras, indicadas pelas setas na figura acima, os cubos verde e amarelo não ficam juntos; isso só ocorre se o cubo rosa ficar no meio da pilha, entre os cubos verde e amarelo.

QUESTÃO 6 – ALTERNATIVA C

Solução: Na figura abaixo vemos uma fila com 11 pessoas.

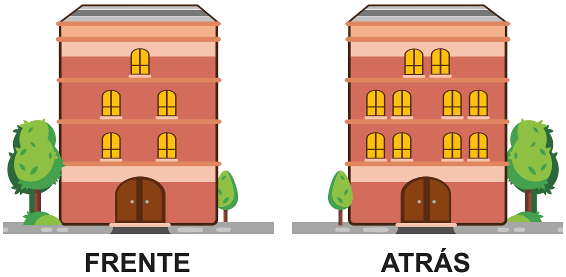


Como Helena está bem no meio da fila, ela está em 6º lugar; na frente dela estão 5 pessoas (1º, 2º, 3º, 4º e 5º) e atrás dela, também estão 5 pessoas (7º, 8º, 9º, 10º, e 11º).

Como Gabriel é o último, ele é o 11º da fila. Entre Helena e Gabriel estão o 7º, o 8º, o 9º e o 10º. Assim, 4 pessoas estão entre Helena e Gabriel.

QUESTÃO 7 – ALTERNATIVA D

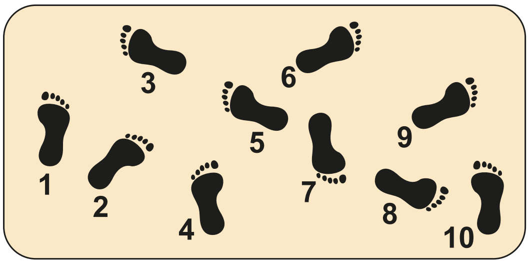
Solução: De acordo com o enunciado, as janelas estão somente na frente ou atrás do prédio. Além disso, para cada janela na frente, há duas janelas atrás, pois o número de janelas que estão atrás é o dobro do número de janelas que estão na frente. Como há cinco janelas na frente, e o dobro de cinco é dez, há dez janelas atrás.



Logo, somando o número de janelas que estão na frente com o número de janelas que estão atrás, temos 5 + 10 = 15 janelas no prédio.

QUESTÃO 8 – ALTERNATIVA C

Solução: A figura ao lado mostra que Gabriela deixou dez marcas.



Se girarmos essas marcas apontando os dedos para cima teremos

Em cada marca, o maior dedo é a marca do dedão do pé.

-  marca do pé direito: o dedão do pé fica na esquerda
-  marca do pé esquerdo: o dedão do pé fica na direita

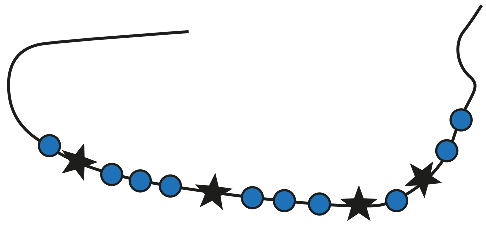
As marcas do pé direito de Gabriela são as marcas 1, 6, 7, 8, 9 e 10. Logo, seis das marcas da figura são do pé direito de Gabriela.

QUESTÃO 9 – ALTERNATIVA A

Solução: Francisco acorda às 5 horas e 50 minutos. Leva 10 minutos para realizar a primeira atividade. Quando termina essa atividade, são 6 horas. Depois disso, ele leva mais 25 minutos para realizar as outras duas atividades. Portanto, terminará de realizar todas elas às 6 horas e 25 minutos.

QUESTÃO 10 – ALTERNATIVA B

Solução: Entre duas estrelas, há 1 ou 3 bolinhas. Qualquer que seja a forma de retirar as estrelas, sempre iremos tirar quase todas as bolinhas, exceto um grupo de bolinhas que fica entre duas estrelas. O maior bloco de estrelas tem 3 delas. Portanto, devemos retirar pelo menos 1 + 3 + 1 + 2 = 7 bolinhas.



QUESTÃO 11 – ALTERNATIVA C

Solução: Veja a descrição dos pés que Pedro utilizou em cada degrau:

Primeiro degrau: pé direito

Segundo degrau: pé esquerdo (1ª vez com o pé esquerdo)

Terceiro degrau: não pisou

Quarto degrau: pé direito

Quinto degrau: pé esquerdo (2ª vez com o pé esquerdo)

Sexto degrau: não pisou

Sétimo degrau: pé direito

Oitavo degrau: pé esquerdo (3ª vez com o pé esquerdo)

Nono degrau: não pisou

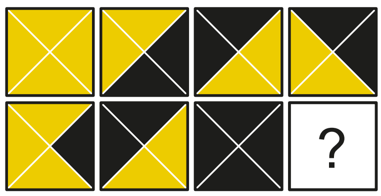
Décimo degrau: pé direito

Décimo primeiro degrau: pé esquerdo (4ª vez com o pé esquerdo).

Ele pisa com o pé esquerdo nos degraus 2, 2 + 3 = 5, 5 + 3 = 8, 8 + 3 = 11 e assim sucessivamente a partir do 2, somando 3 em cada etapa.

QUESTÃO 12 – ALTERNATIVA D

Solução: Observe que há 13 triângulos pretos e 15 amarelos. O número total de triângulos, não importando a cor, é 8 x 4 = 32. Para que o número de azulejos amarelos fique igual ao número de azulejos pretos, devemos ter 16 de cada cor. Logo, precisamos de 1 triângulo amarelo e 3 pretos no azulejo que falta.



Outra solução: No mural, há quatro azulejos com a mesma quantidade de triângulos pequenos amarelos e triângulos pequenos pretos. Quando eles são deixados de lado, a diferença entre a quantidade de triângulos pequenos pretos e amarelos não muda. Também há um azulejo inteiro amarelo e outro inteiro preto. Quando eles são deixados de lado, a diferença entre a quantidade de triângulos pequenos amarelos e pretos também não muda. Sobra para a conta um azulejo com 3 triângulos pequenos amarelos e 1 triângulo pequeno preto. Por isso, o azulejo que vai completar o mural deve ter 1 triângulo pequeno amarelo e 3 triângulos pequenos pretos.

QUESTÃO 13 – ALTERNATIVA C

Solução: Com exatamente uma cédula, Paulo pode obter 4 valores: 2, 5, 10 e 20.

Com exatamente duas cédulas, Paulo pode obter 6 valores:

2 + 5 = 7, 2 + 10 = 12, 2 + 20 = 22, 5 + 10 = 15, 5 + 20 = 25 e 10 + 20 = 30.

Com exatamente três cédulas, Paulo pode obter 4 valores:

2 + 5 + 10 = 17, 2 + 5 + 20 = 27, 2 + 10 + 20 = 32 e 5 + 10 + 20 = 35.

Com exatamente quatro cédulas, Paulo pode obter um valor: 2 + 5 + 10 + 20 = 37.

Conclusão: Paulo pode pagar 4 + 6 + 4 + 1 = 15 valores diferentes com suas cédulas.

QUESTÃO 14 – ALTERNATIVA A

Solução: Se o cubo maior fosse constituído apenas por cubinhos azuis então ele teria 4 x 4 x 4 = 64 cubinhos azuis. Observe que um cubo amarelo ocupa o mesmo espaço que 8 cubinhos azuis, desse modo, como há três cubos amarelos aparentes, então a maior quantidade de cubinhos azuis que o cubo maior pode ter é 64 – 3 x 8 = 64 – 24 = 40 cubinhos azuis.

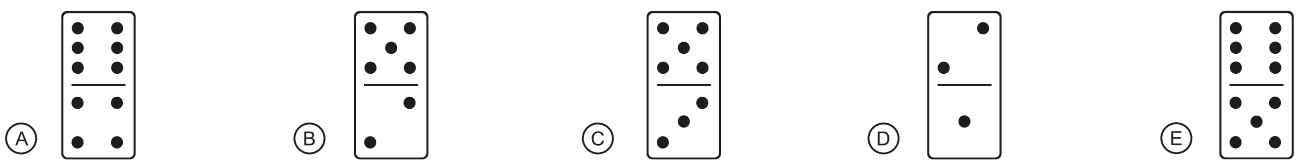
Perceba que não sabemos se há um cubo amarelo oculto na figura devido à sua perspectiva, mas, de fato, pode existir um cubo amarelo atrás, por exemplo, com seu vértice coincidindo com o vértice do cubo maior. Não é possível ter dois cubos amarelos ao mesmo tempo, porque a face da direta da figura possui cubinhos azuis atrás. Uma vez que cubos amarelos ocupam o mesmo que duas arestas de cubinhos azuis, e na face lateral já possui um cubinho azul atrás, sobraria espaço para ter três cubinhos azuis ou um cubo amarelo e outros cubinhos azuis.

Portanto, a menor quantidade de cubinhos azuis ocorre se na parte oculta do cubo existir mais um cubo amarelo. Desse modo, o total de cubinhos azuis seria 40 – 8 = 32.

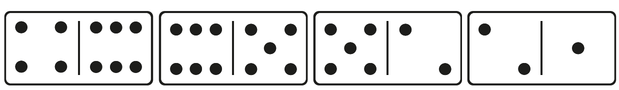
A menor quantidade de cubinhos azuis ocorre se na parte não visível do cubo maior existir mais um cubo amarelo. Nesse caso, a menor quantidade de cubinhos azuis é 64 – 4 x 8 = 32.

QUESTÃO 15 – ALTERNATIVA C

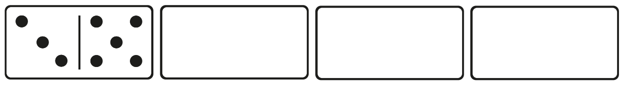
Solução: Observemos as alternativas:



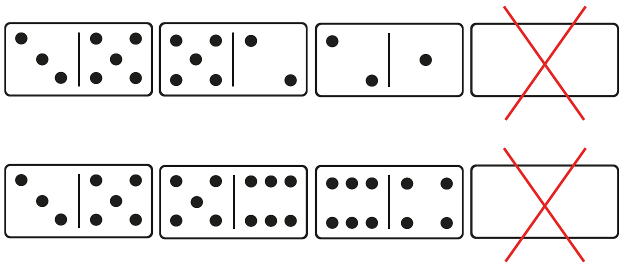
A configuração abaixo mostra que as peças (A), (B), (D) e (E) podem ser usadas.



Por que a peça (C) não pode ser usada? Se fosse, ela deveria ser uma peça de uma das pontas, nunca do meio, pois a parte com 3 pontos só aparece uma vez em todas as alternativas e não teria como formar par com ninguém. Sem perda de generalidade, vamos admitir que a peça (C) fosse colocada na extremidade esquerda, como na figura abaixo:



Para continuar, só há duas opções: usar a peça (B) ou a (E), pois ambas têm 5 pontos. Porém, não dá para preencher toda a figura, como mostrado abaixo. Não há outra peça com uma parte com 1 ponto ou com 4 pontos.



Logo, a peça (C) é a única que não pode ser usada.